

MATEMATIKA 9. ROČNÍK

PRÁCI SI ROVNOMĚRNĚ ROZLOŽTE. PRACUJTE PRŮBĚŽNĚ. 😊

Doufám, že ti co budou dělat přijímací zkoušky, už vypočítali oba přijímací testy, které jsem Vám nakopírovala. Jestli ne, tak PRACUJTE!

1. Další učivo, kterému se budeme věnovat jsou **KOLMÉ HRANOLY**. Postupně si prohlédněte a prostudujte pdf soubory **2_Hranoly_teorie** a **3_Sít' hranolu**.
2. **Pak se vraťte k tomuto pdf**. Máte tady naskenovanou učebnici (str. 69-73)
3. Do sešitu nadpis **KOLMÉ HRANOLY**co je zeleně pište do sešitu!!!
4. Str. 69 – pojmenujte si ústně hranoly (řešení na str. 70/1B)
5. Ústně str. 70/2B
6. Do sešitu si **napište ze str. 70 nahoře rámeček – Všimněte si**
7. Do sešitu nadpis **POVRCH HRANOLU**
8. **Načrtněte si ze str. 70/1A trojboký hranol i jeho síť.**
9. Pročíst str. 71/2A odvození
10. Do sešitu napsat $S=2 \cdot S_p + S_{pl}$
 - S ...povrch hranolu
 - S_p ...obsah 2 podstav
 - S_{pl} ...obsah pláště (kolem dokola)
11. Do sešitu **str. 71/3A** ...náčrtek hranolu-str.70 dole
 - náčrtek sítě hranolu-str. 70 dole
 - výpočet
12. Do sešitu **str. 71/1B** ...náčrtek hranolu, načrte síť hranolu, výpočet

13. Do sešitu nadpis **OBJEM HRANOLU**

14. Pročtěte a prostudujte str.72/A

15. Do sešitu napsat $V = S_p \cdot v$

V ...objem hranolu

S_p ...obsah podstavy

v ...výška hranolu

17. Do sešitu vypočítejte str. 72/cv.1B, 3B, 4B, 5B, 7B

vždy náčrtek hranolu a výpočet

(kdo nedělá, přijímačky nemusí počítat 5B, 7B)

18. Pak otevřete pdf **4_POVRCH A OBJEM HRANOLŮ_ZADÁNÍ** a do sešitu vypočítejte všechny příklady (celkem 8 příkladů) - vždy náčrtek a výpočet. Až budete mít vypočítáno, tak si zkontrolujte – pdf **5_POVRCH A OBJEM HRANOLŮ_ŘEŠENÍ**

Kdo nedělá, přijímačky nemusí počítat 3, 4, 7, 8

DOUFÁM, ŽE VŠICHNI VŠE ZVLÁDNETE. DRŽÍM PALCE 😊



2. Kolmé hranoly

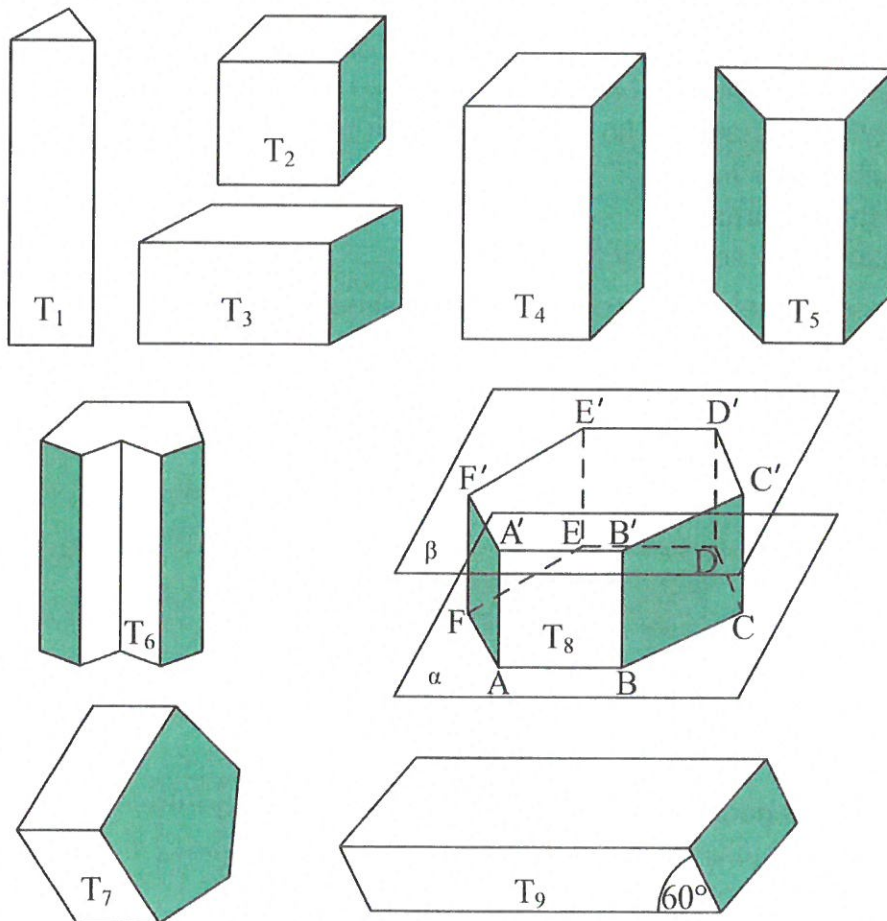
A Krychli a kvádr nyní začleníme mezi **kolmé hranoly**.

Kolmým hranolem nazýváme těleso, jehož podstavy jsou shodné mnohoúhelníky ležící v rovinách, které jsou kolmé na jeho boční hrany.
(Nejsou-li kolmé, nazývá se tento **hranol kosý**.)

Na obrázku patří mezi kolmé hranoly tělesa T_1 až T_8 . Těleso T_9 je **kosý hranol**. Těleso T_8 nazveme **šestiboký hranol** $ABCDEF A'B'C'D'E'F'$. Jeho dolní podstava leží v rovině α a horní podstava v rovině β , pro které platí $\alpha \parallel \beta$.

Vlastnost boční hrany AA' : $AA' \perp AF$, $AA' \perp AB$, $AA' \perp A'F'$, $AA' \perp A'B'$.

Obdobnou kolmost k podstavným hranám má i zbývajících pět bočních hran. Protože podstavami tohoto tělesa jsou pravidelné šestiúhelníky, přidáme k jeho názvu přívlastek **pravidelný**. Těleso T_8 tedy nazveme **pravidelný šestiboký hranol**. Jeho tělesovou výšku v představuje délka kterékoli boční hrany, například $v = |AA'|$.



Poznámka:

Přívlastek **kolmý** budeme v názvu hranolu vynechávat, protože kosými hranoly se nebudeme zabývat.



IV. HRANOLY

Všimněte si:

Vlastnosti každého kolmého hranolu:

1. Jeho **podstavami** jsou **shodné mnohoúhelníky** (pravidelné i nepravidelné).
2. Jeho **boční stěny** jsou **obdélníky** nebo **čtverce**.
3. Jeho **výška** se rovná **délce** (velikosti) kterékoli **boční hrany**.

Poznámka:

Hranoly v praxi patří mezi nejdůležitější a také nejčastěji se vyskytující hranatá tělesa.

B

Cvičení

1. Ověřte si správnost svých poznatků o tělesech na obrázku (str. 69).

Těleso:

T_1 ... je trojboký hranol.

T_2 ... je krychle, což je zároveň pravidelný čtyřboký hranol, jehož všechny stěny jsou shodné čtverce.

T_3 ... je kvádr s podstavami ve tvaru shodných obdélníků.

T_4 ... je kvádr s podstavami ve tvaru shodných čtvců. Můžeme ho též nazvat pravidelným čtyřbokým hranolem.

T_5 ... je čtyřboký hranol. Jeho podstavami jsou shodné lichoběžníky.

T_6 ... je sedmiboký hranol.

T_7 ... je pětiboký hranol.

T_8 ... je pravidelný šestiboký hranol.

2. Jak se nazývá hranol, jehož podstavami jsou shodné

- a) rovnostranné trojúhelníky,
- b) pravidelné osmiúhelníky?

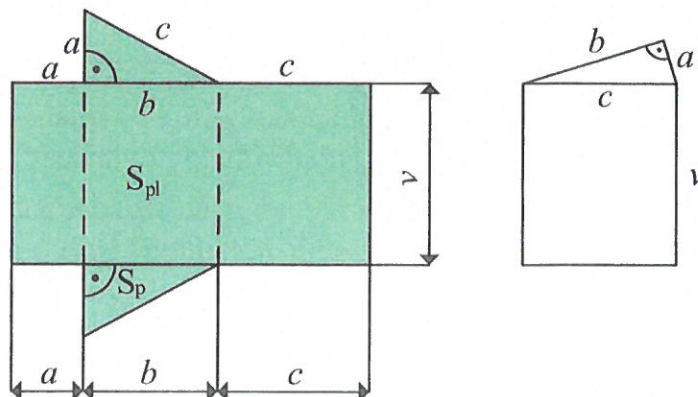
3. Můžeme považovat krychli za zvláštní případ kvádrů, jehož všechny tři rozměry jsou stejné?

3. Povrch hranolu

A

Příklad 1:

V pravé části obrázku je zobrazen trojboký hranol s podstavou tvaru pravoúhlého trojúhelníku s odvěsnami a , b a přeponou c . Vlevo od tohoto obrázku je narýsována síť tohoto hranolu. Sestrojte ji, je-li $a = 2$ cm, $b = 4$ cm, $v = 5,5$ cm.



**Příklad 2:**

V minulém školním roce jste se učili, že povrchem kvádrů či krychle rozumíme součet obsahů všech stěn těchto těles. Na základě tohoto poznatku a pomocí obrázku na str. 70 odvodte vzorec pro výpočet povrchu hranolu.

Odvození:

Povrch hranolu (S) se skládá z obsahů dvou jeho shodných podstav ($S_p + S_p = 2S_p$) a obsahu pláště (S_{pl}). Obsah pláště můžeme vypočítat jako obsah obdélníku, jehož jedna strana je obvod o podstavy a druhá se rovná tělesové výšce v hranolu. Na obrázku je $o = a + b + c$.

$$S = 2S_p + S_{pl}$$

Příklad 3:

Vypočítejte povrch hranolu z obrázku na str. 70, je-li $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = 5$ cm, $v = 6$ cm. (Trojúhelník se stranami délek 3 cm, 4 cm a 5 cm je určitě pravoúhlý.)

Řešení:

$$S = 2 \cdot S_p + S_{pl}$$

$$S = 2 \cdot \frac{a \cdot b}{2} + (a + b + c) \cdot v$$

$$S = 2 \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} + (3 + 4 + 5) \cdot 6$$

$$S = 12 + 72$$

$$S = 84$$

$$S = 84 \text{ cm}^2$$

Povrch hranolu se rovná 84 cm^2 .

B**Cvičení**

1. Vypočítejte povrch hranolu z obrázku na str. 70, je-li $v = 8$ dm, $a = 2,4$ dm, $b = 45$ cm a $c = 0,51$ m. (Trojúhelník s danými délkami stran a , b , c , je určitě pravoúhlý.) Je povrch tohoto hranolu větší, nebo menší než 1 m^2 ?

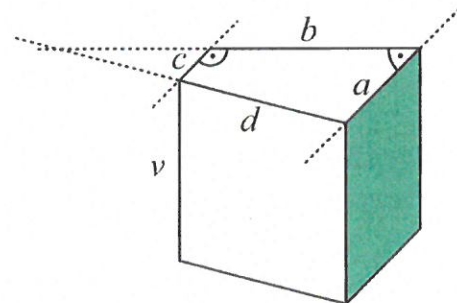
Nápověda: Před výpočtem vyjádřete dané rozměry ve stejných délkových jednotkách, například v decimetrech.

2. Na obrázku je zobrazen čtyřboký hranol, jehož podstavou je pravoúhlý lichoběžník se základnami a , c ($a \parallel c$) a rameny b , d ($b \perp d$), z nichž rameno b je kolmé k oběma základnám.

a) Sestrojte síť tohoto hranolu, je-li $a = 3$ cm, $b = 2$ cm, $c = 1,5$ cm, $v = 4$ cm.

b) Vzorec $S = 2S_p + S_{pl}$ upravte tak, aby umožnil co nejjednodušší výpočet povrchu daného hranolu. Velikost povrchu odhadněte, proveďte jeho výpočet a porovnejte ho se svým odhadem.

(Při přesném rýsování sítě zjistíte, že rameno $d = 2,5$ cm.)



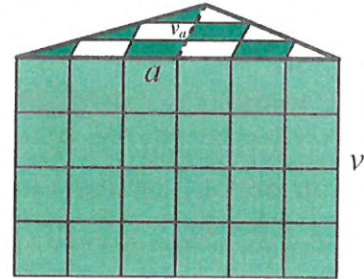


4. Objem hranolu

A

Příklad:

Na základě znalostí o objemech krychle a kvádrů a pomocí obrázku odvoďte vzorec pro výpočet **objemu hranolu**. Jeho podstavou je rovnoramenný trojúhelník se základnou $a = 6$ cm a příslušnou výškou $v_a = 3$ cm.

**Odvození:**

Z obrázku je zřejmé, že celkový objem tohoto hranolu je tvořen čtyřmi vrstvami krychlí s hranami délek 1 cm.

$$\text{Objem 1 vrstvy je } 9 \text{ cm}^3 \dots V_1 = \frac{6 \cdot 3}{2} \cdot 1$$

$$\text{Objem 2 vrstev je } 18 \text{ cm}^3 \dots V_2 = \frac{6 \cdot 3}{2} \cdot 2$$

$$\text{Objem 3 vrstev je } 27 \text{ cm}^3 \dots V_3 = \frac{6 \cdot 3}{2} \cdot 3$$

$$\text{Objem 4 vrstev je } 36 \text{ cm}^3 \dots V_4 = \frac{6 \cdot 3}{2} \cdot 4$$

$$\text{Objem } v \text{ vrstev je } \dots V = \frac{a \cdot v_a}{2} \cdot v$$

Všimněte si:

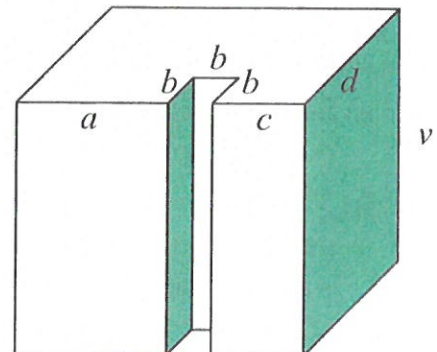
V tomto vzorci je v **tělesová výška** hranolu, výraz $\frac{a \cdot v_a}{2}$ představuje **obsah podstavy** hranolu. Po jeho nahrazení proměnnou S_p získáme vzorec pro výpočet **objemu** jakéhokoli **hranolu**.

$$V = S_p \cdot v$$

B

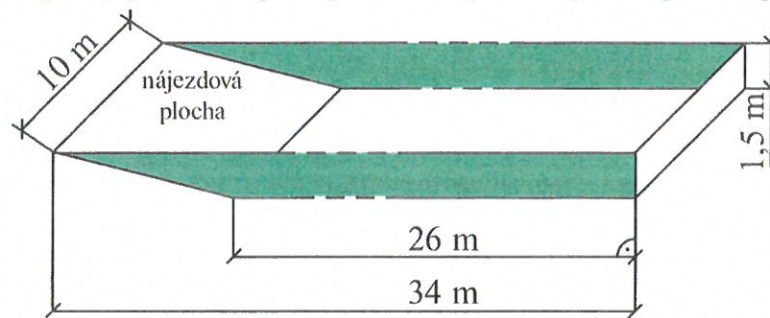
Cvičení

- Pomocí získaného vzorce vypočítejte objem trojbokého hranolu s tělesovou výškou $v = 10$ cm a s podstavou tvaru trojúhelníku se stranou $a = 7$ cm a příslušnou výškou $v_a = 4,6$ cm. (Trojúhelník není pravoúhlý.)
- Na obrázku je zobrazen kvádr z výřezem, což je zároveň osmiboký hranol, jehož podstavou je nepravidelný osmiúhelník. Vypočítejte jeho povrch a objem, víte-li, že $a = 4,8$ dm, $b = 1,4$ dm, $c = 2,8$ dm, $d = v = 8$ dm.

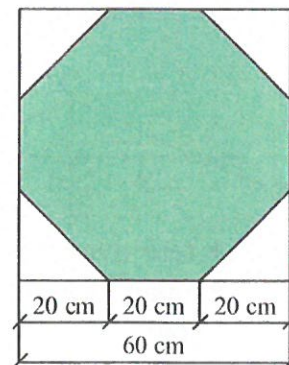




3. Vypočítejte povrch ve čtverečných decimetrech a objem v litrech pravidelného čtyřbokého hranolu s tělesovou výškou $v = 12$ cm a s podstavou tvaru kosočtverce. Jeho strana $a = 10$ cm a výška k ní příslušná je $v_a = 9,4$ cm.
4. Vybetonovaný skladovací prostor silážní jámy na obrázku má tvar čtyřbokého hranolu. Jáma je široká 10 m a hluboká 1,5 m. Boční část jámy, kterou lze považovat za podstavu, má tvar pravoúhlého lichoběžníku se základnami délek 34 m a 26 m. Levá část dna jámy představuje nájezdovou plochu pro dopravní prostředky.



- a) Kolik m^3 siláže lze do této jámy uskladnit, bude-li její povrch po zakrytí plastovou fólií rovný?
- b) Odhadněte a potom vypočítejte, na kolik měsíců krmení hovězího dobytka tato siláž vystačí, jestliže se jí denně spotřebují průměrně 3 m^3 ? (Počítejte, jako by každý měsíc měl 30 dnů.)
- c) Kolik procent zásoby siláže se spotřebuje za jeden měsíc?
5. Stropní konstrukci haly podpírá 6 železobetonových pilířů tvaru hranolu vysokých 8 m. Podstava každého pilíře byla odvozena ze čtverce se stranou dlouhou 60 cm. Každá z nich byla rozdělena na 3 shodné úsečky. Podstava pilíře má proto tvar nepravidelného osmiúhelníku (viz obr.).



Vypočítejte:

- a) obsah podstavy pilíře ve čtverečných metrech,
 b) objem všech šesti pilířů v krychlových metrech,
 c) hmotnost všech šesti pilířů v tunách, víte-li, že 1 m^3 použitého železobetonu měl hmotnost 3 tuny.
6. Ve vzorcích pro objem krychle a kvádrů vyznačte odděleně ty jejich části (proměnné), které vyjadřují obsahy podstav a tělesové výšky. Uveďte více možností.
7. Průřez vyhloubeným příkopem má tvar rovnoramenného lichoběžníku se základnami délky 80 cm a 60 cm. Hloubka příkopu je 70 cm a jeho délka je 100 m. Vypočítejte objem výkopové zeminy, která se nakypřením zvětšila o 6 m^3 .