MATEMATIKA

9. ROČNÍK

9. TÝDEN, tj. 8. – 15. května 2020

AHOJ DEVÁŤÁCI.

Moc vás zdravím. Doufám, že úkoly zodpovědně plníte. Budeme pokračovat v učivu **LOMENÉ VÝRAZY** a dnes **KRÁCENÍ A ROZŠIŘOVÁNÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ**. Pište na papíry a pak vlepte do sešitů. Učivo jsem se snažila podrobněji vysvětlit. Vysvětlivky nemusíte do sešitu psát, ale samotné výpočty samozřejmě pište. Vysvětlivky a doprovodné slovo k příkladům slouží pro snažší pochopení učiva.

Myslím na vás a těším se na setkání na online výuce a s některými i ve škole při přípravě na přijímací zkoušky.

ÚKOLY:

A. **KDO NEDĚLÁ PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKY, TAK TOTO NEMUSÍ DĚLAT**

ZADÁNÍ PŘIJÍMACÍHO TESTU – DIDAKTICKÝ TEST 2017– ILUSTRAČNÍ https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/4lete-mat/MA_IT-JPZ17_ctyrlete_testovy-sesit.pdf

ZÁZNAMOVÝ ARCH – DIDAKTICKÝ TEST 2017– ILUSTRAČNÍ https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/4lete-mat/MA_IT-JPZ17_ctyrlete_zaznamovy-arch.pdf

KLÍČ SPRÁVNÝCH ŘEŠENÍ - DIDAKTICKÝ TEST 2017– ILUSTRAČNÍ https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/4lete-mat/MA_IT-JPZ17_ctyrlete_klic-reseni.pdf

POKUD BYSTE TENTO TEST UŽ MĚLI HOTOVÝ NEBO SI CHTĚLI VYPRACOVAT DALŠÍ, TAK SI VYBERTE NA https://prijimacky.cermat.cz/menu/testova-zadani-k-procvicovani/ctyrlete-obory-matematika

POZOR – podívejte se na stránky Cermatu, kde najdete novinky, které by vám mohly usnadnit přípravu na přijímací zkoušky

https://cermat.cz/aktuality/aktualita/259-resite-testy-jednotne-prijimaci-zkousky-vyzkousejte-novou-webovou-aplikaci

KRÁCENÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ

Krácení znamená dělení čitatele i jmenovatele stejným číslem, různým od nuly.

$$\frac{6}{9} = \frac{6:3}{9:3} = \frac{2}{3}$$

Podobně postupujeme i u lomených výrazů.

$$\frac{6x^2}{9x} = \frac{6x^2:(3x)}{9x:(3x)} = \frac{2x}{3} \quad ; x \neq 0$$

Krátit lomený výraz znamená vydělit čitatele i jmenovatele stejným výrazem, různým od nuly.

Zkrať lomený výraz:

$$\frac{6x^2y}{9xy^2}$$

U lomených výrazů nesmíte nikdy zapomenout na určení podmínek řešitelnosti (kdy má výraz smysl)! Je dobré s nimi proto začínat.

$$9xy^2 \neq 0$$

$$x \neq 0 \qquad y^2 \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$\frac{6x^2y}{9xy^2} = \frac{6x^2y:(3xy)}{9xy^2:(3xy)} = \frac{2x}{3y}$$

Při krácení dochází k dělení. A jak již dlouho víme, nelze dělit nulou. Proto podobně jako výraz ve jmenovateli, který nesmí být roven nule, nesmí být roven nule ani výraz, kterým při krácení lomeného výrazu dělíme!

Jak zjistíme výraz, kterým při krácení dělit?
Výraz, kterým se krátí?

Podíváme se ještě jednou na předcházející příklad, ale využijeme při tom znalosti rozkladu výrazu na součin.

$$\frac{6x^2y}{9xy^2} = \frac{2.\cancel{3}.\cancel{x}.x.\cancel{y}}{3.\cancel{3}.\cancel{x}.y.\cancel{y}} = \frac{2x}{3y}$$

nebo

$$\frac{6x^2y}{9xy^2} = \frac{2.3.x.x.y}{3.3.x.y.y} = \frac{2x.\cancel{3xy}}{3y.\cancel{3xy}} = \frac{2x}{3y}$$

Zjistili jsme, že: $\frac{6x^2y}{9xy^2} = \frac{2x}{3y}$ A tato rovnost platí, je-li:

$$x \neq 0, y \neq 0$$

Z řešení předcházejícího příkladu je zřejmé, že abychom mohli krátit, musíme rozložit výrazy v čitateli i jmenovateli lomeného výrazu na součin v základním tvaru.

vzorec

$$\frac{2x^2-32}{2x^2+8x}=\frac{2.(x^2-16)}{2x.(x+4)}=\frac{2.(x-4).(x+4)}{2x.(x+4)}$$

Můžeme vytknout číslo 2

Můžeme vytknout člen 2x

Jak je vidět, tak ze součinového tvaru určíme mnohem snadněji i podmínky, pro které má výraz smysl.

$$2x \neq 0 \qquad x+4 \neq 0$$
$$x \neq 0 \qquad x \neq -4$$

Lomený výraz má tedy smysl, pokud se x ≠ 0 a x ≠ -4. Za tohoto předpokladu můžeme krátit výrazem x+4, jelikož máme zajištěno, že není nulový (nulou nelze dělit!).

Můžeme tedy krátit výrazem x+4, jelikož máme zajištěno, že není nulový (nulou nelze dělit!). A samozřejmě vykrátit můžeme i číslo 2.

$$\frac{2x^2-32}{2x^2+8x}=\frac{2.(x^2-16)}{2x.(x+4)}=\frac{\cancel{2}.(x-4).\cancel{(x+4)}}{\cancel{2}x.\cancel{(x+4)}}=\frac{x-4}{x}$$

Zjistili jsme, že

$$\frac{2x^2-32}{2x^2+8x}=\frac{x-4}{x}$$

a tato rovnost platí, je-li $x \neq 0, x \neq -4$ ..

Celý postup krácení si projdeme ještě jednou na jiném příkladu:

Nejdříve rozložíme výraz do součinového tvaru.

Vytkneme člen 2x

Vytkneme číslo (-1)

Zaměníme činitele při násobení

$$\frac{2xy-2x^2}{3x^3-3x^2y}=\frac{2x.(y-x)}{3x^2.(x-y)}=\frac{2x.(-1).(-y+x)}{3x^2.(x-y)}=$$

Vytkneme člen $3x^2$

$$=\frac{(-1).2x.(x-y)}{3x^2.(x-y)}=\frac{-2\cancel{x}.\cancel{(x-y)}}{3x^{\cancel{2}}.\cancel{(x-y)}}=\frac{-2}{3x}=-\frac{2}{3x}$$

Rovnost mezi daným a upraveným výrazem platí, je-li x ≠ 0 a x ≠ y.

Kraťte lomené výrazy a určete podmínky, kdy má smysl.

$$\frac{5p^2+10p}{25p}=\frac{5p(p+2)}{25p}=\frac{p+2}{5} \qquad p\neq 0$$

$$\frac{m^2n-mn^2}{2mn}=\frac{mn.(m-n)}{2mn}=\frac{m-n}{2} \qquad m\neq 0 \qquad n\neq 0$$

$$\frac{3m^2}{6m-15m^2}=\frac{3m^2}{3m.(2-5m)}==\frac{m}{2-5m} \qquad m\neq 0 \qquad 2-5m\neq 0$$

$$-5m\neq -$$

$$5m\neq 2$$

$$m\neq \frac{2}{5}$$

$$\frac{x^2-4}{(x-2)^2}=\frac{(x-2).(x+2)}{(x-2)^2}=\frac{x+2}{x-2}$$

$x-2\neq 0$
$x\neq 2$

$$\frac{r^2-64}{r^2-8r}=\frac{(r+8).(r-8)}{r.(r-8)}=\frac{r+8}{r}$$

$r\neq 0$ $\quad$ $r-8\neq 0$
$r\neq 8$

$$\frac{4u^2-4uv+v^2}{2uz-vz}=\frac{(2u-v)^2}{z.(2u-v)}=\frac{2u-v}{z}$$

$z\neq 0$ $\quad$ $2u-v\neq 0$
$2u\neq v$
$u\neq \frac{v}{2}$

Krat'te lomené výrazy a určete podmínky, kdy má smysl.

a) $\frac{\cancel{10}^{2}xy}{\cancel{5}_{1}x^2}=\frac{2x\cancel{y}}{x^2}=\frac{2y}{x}$

$5x^2\neq 0 \quad |:5$
$x^2\neq 0$
$x\neq\sqrt{0}$
$x\neq 0$

b) $\frac{(x-2)^2}{x-2}=\frac{\cancel{(x-2)}\cdot(x-2)}{\cancel{x-2}}=\frac{x-2}{1}=x-2$

$x-2\neq 0$
$x\neq 2$

c) $\frac{7m-21n}{2m-6n}=\frac{7\cdot\cancel{(m-3n)}}{2\cdot\cancel{(m-3n)}}=\frac{7}{2}=3\frac{1}{2}$

$2m-6n\neq 0$
$2\cdot(m-3n)\neq 0$
$m-3n\neq 0$
$m\neq 3n$

d) $\frac{x^2-4}{(x-2)^2}=\frac{(x+2)\cdot\cancel{(x-2)}}{(x-2)\cdot\cancel{(x-2)}}=\frac{x+2}{x-2}$

$(x-2)\cdot(x-2)\neq 0$
$x-2\neq 0$
$x\neq 2$

vzorec a^2-b^2

e) $\frac{16r^2-289}{17-4r}=\frac{4r-17}{17-4r}=\frac{(-1)\cdot\cancel{(17-4r)}}{\cancel{17-4r}}=-1$

$17-4r\neq 0$
$-4r\neq -17$
$r\neq\frac{17}{4}$
$r\neq 4\frac{1}{4}$

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2=(a+b)\cdot(a+b)$

f) $\frac{r^2+12r+36}{r+6}=\frac{\cancel{(r+6)}\cdot(r+6)}{\cancel{r+6}}=r+6$

$r+6\neq 0$
$r\neq -6$

ROZŠIŘOVÁNÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ

Rozšíření znamená násobení čitatele i jmenovatele stejným číslem, různým od nuly.

$$\frac{2}{3} = \frac{2.3}{3.3} = \frac{6}{9}$$

Podobně postupujeme i u lomených výrazů.

$$\frac{2x}{3} = \frac{2x.(3x)}{3.(3x)} = \frac{6x^2}{9x} \quad ; x \neq 0$$

Rozšířit lomený výraz znamená vynásobit čitatele i jmenovatele stejným výrazem, různým od nuly.

Tak tedy ještě jednou. Rozšíříme lomený výraz $\frac{2x}{3y}$ výrazem $3xy$

$$\frac{2x}{3y} = \frac{2x.(3xy)}{3y.(3xy)} = \frac{6x^2y}{9xy^2}$$

U lomených výrazů nesmíte nikdy zapomenout na určení podmínek řešitelnosti (tedy kdy má výraz smysl)!

$$9xy^2 \neq 0$$

$$x \neq 0 \qquad y^2 \neq 0$$

$$y \neq 0$$

Rozšiřování lomených výrazů budeme potřebovat především při převádění výrazů na společného jmenovatele.

Vyzkoušejme si tedy příklad rozšíření lomeného výrazu na požadovaného jmenovatele.

Příklad: Rozšiřte lomený výraz $\frac{2y}{3x}$ tak, aby jeho jmenovatel byl $6x^2$.

$$6x^2 : 3x = 2x \longrightarrow 6x^2 = 3x.2x$$

Daný výraz tedy rozšíříme výrazem 2x.

$$\frac{2y}{3x} = \frac{2y.2x}{3x.2x} = \frac{4xy}{6x^2}$$

Zapomenout nesmíme na podmínky, pro které proměnné nemá výraz smysl.

$$x \neq 0$$

Z řešení předcházejícího příkladu je zřejmé, že známe-li jmenovatele, na kterého musíme lomený výraz převést, musíme zjistit, čím budeme lomený výraz rozšiřovat.

K tomu nám pomůže rozložení jmenovatele lomeného výrazu na součin v základním tvaru.

Příklad: Rozšiřte lomený výraz $\frac{8x}{x+3}$ tak, aby jeho jmenovatel byl 7xy+21y.

$7xy + 21y = 7y.(x+3)$ $\longrightarrow$ Výraz rozšíříme výrazem 7y.

$$\frac{8x}{x+3} = \frac{8x.7y}{(x+3).7y} = \frac{56xy}{7xy+21y}$$

$$x \neq -3 \qquad y \neq 0$$

Jak je vidět, tak ze součinového tvaru snadno určíme, čím budeme lomený výraz rozšiřovat, stejně jako podmínky, pro které má výraz smysl.

Jak již bylo řečeno, rozšiřování lomených výrazů budeme potřebovat především při převádění výrazů na společného jmenovatele.

Společného jmenovatele výrazů musíme nejdříve zjistit. K tomu opět napomůže rozložení jmenovatelů na součin v základním tvaru.

Příklad: Rozšiřte lomené výrazy tak, aby měly stejného jmenovatele a aby to byl co nejjednodušší výraz.

$$\frac{8x}{x^2+3x};\frac{x}{x^2-9}$$

$$x^2 + 3x = \underline{x}.\underline{(x+3)} \qquad x^2 - 9 = \underline{(x+3)}.\underline{(x-3)}$$

společný jmenovatel by tedy mohl být x.(x+3).(x+3).(x-3)

To by ale nebyl jmenovatel v co nejjednodušším tvaru. Proto člen, který se vyskytuje v obou jmenovatelích, vezmeme vždy do společného jmenovatele jen jednou.

$$x.(x+3).(x-3)$$

Příklad: Rozšiřte lomené výrazy tak, aby měly stejného jmenovatele a aby to byl co nejjednodušší výraz.

$$\frac{8x}{x^2+3x};\frac{x}{x^2-9}$$

Nejjednodušší společný jmenovatel tedy je x.(x+3).(x-3).

$$\frac{8x}{x^2+3x}=\frac{8x}{x.(x+3)}=\frac{8x.(x-3)}{x.(x+3).(x-3)}$$

Ve jmenovateli „přibyl" člen (x-3), tudíž aby došlo k rozšíření lomeného výrazu, musí tentýž člen „přibýt" i v čitateli.

$$\frac{x}{x^2-9}=\frac{x}{(x+3).(x-3)}=\frac{x.x}{x.(x+3).(x-3)}$$

Ve jmenovateli „přibyl" člen x, tudíž aby došlo k rozšíření lomeného výrazu, musí tentýž člen „přibýt" i v čitateli.

Obě rovnosti platí, jestliže $x\neq 0$ $\quad x+3\neq 0$ $\quad x-3\neq 0$

$x\neq -3$ $\quad x\neq 3$

Rozšiřte lomené výrazy a určete podmínky, kdy má smysl.

$$\boxed{\frac{3}{5p}(2p)}$$

V ZÁVORCE JE NAPSÁNO, ČÍM MÁME ROZŠÍŘIT

$$\frac{3}{5p}=\frac{3.2p}{5p.2p}=\frac{6p}{10p^2}$$

$p\neq 0$

$$\boxed{\frac{4p}{2-3p}(-1)}$$

$$\frac{4p}{2-3p}=\frac{4p.(-1)}{(2-3p).(-1)}=\frac{-4p}{-2+3p}=\frac{-4p}{3p-2}=\frac{4p}{2-3p}$$

$2-3p\neq 0$

$-3p\neq -2$

$3p\neq 2$

$p\neq \frac{2}{3}$

$$\boxed{\frac{-7p}{5p-4}(-3p)}$$

$$\frac{-7p}{5p-4}=\frac{-7p.(-3p)}{(5p-4).(-3p)}=\frac{21p^2}{-15p^2+12p}=\frac{21p^2}{12p-15p^2}$$

$$p\neq 0 \qquad 5p-4\neq 0$$
$$5p\neq 4$$
$$p\neq\frac{4}{5}$$

Doplňte, aby platila rovnost a určete podmínky, kdy má smysl.

$$\boxed{\frac{x-y}{x+y}=\frac{}{x^2-y^2}}$$

$$\frac{x-y}{x+y}=\frac{}{(x+y).(x-y)}$$

$$\frac{x-y}{x+y}=\frac{(x-y).(x-y)}{(x+y).(x-y)}$$

$$\frac{x-y}{x+y}=\frac{(x-y)^2}{(x^2-y^2)}$$

$$x+y\neq 0 \qquad x-y\neq 0$$
$$x\neq -y \qquad x\neq y$$

$$\boxed{\frac{2x-5}{2x+5}=\frac{}{4x^2+20x+25}}$$

$$\frac{2x-5}{2x+5}=\frac{}{(2x+5)^2}$$

$$\frac{2x-5}{2x+5}=\frac{}{(2x+5).(2x+5)}$$

$$\frac{2x-5}{2x+5}=\frac{(2x-5).(2x+5)}{(2x+5).(2x+5)}$$

$$\frac{2x-5}{2x+5}=\frac{4x^2-25}{4x^2+20x+25}$$

$$2x+5\neq 0 \qquad 2x-5\neq 0$$
$$x\neq -\frac{5}{2} \qquad x\neq\frac{5}{2}$$

Najděte společného jmenovatele a rozšiřte.

$$\boxed{\frac{2+x}{x^2-x}; \quad \frac{-5}{4x-4}}$$

$$\frac{2+x}{x^2-x}=\frac{2+x}{x.(x-1)}$$
$$\frac{-5}{4x-4}=\frac{-5}{4.(x-1)}$$

$$\frac{2+x}{x^2-x}=\frac{4.(2+x)}{4.x.(x-1)}$$
$$\frac{-5}{4x-4}=\frac{-5.x}{4.x.(x-1)}$$

$x \neq 0$ $\quad$ $x-1 \neq 0$

$x \neq 1$

$$\boxed{\frac{x+y}{2x-2y}; \quad \frac{x-y}{2x+2y}}$$

$$\frac{x+y}{2x-2y}=\frac{x+y}{2.(x-y)}$$
$$\frac{x-y}{2x+2y}=\frac{x-y}{2.(x+y)}$$

$$\frac{x+y}{2x-2y}=\frac{(x+y).(x+y)}{2.(x-y).(x+y)}$$
$$\frac{x-y}{2x+2y}=\frac{(x-y).(x-y)}{2.(x+y).(x-y)}$$

$$\frac{x+y}{2x-2y}=\frac{(x+y)^2}{2.(x^2-y^2)}$$
$$\frac{x-y}{2x+2y}=\frac{(x-y)^2}{2.(x^2-y^2)}$$

$x-y \neq 0$ $\quad$ $x+y \neq 0$

$x \neq y$ $\quad$ $x \neq -y$