MATEMATIKA

9. ROČNÍK

14. TÝDEN, tj. 12. – 19. června 2020

AHOJ DEVÁŤÁCI.

Naše společné matematické snažení je u konce.

Učivem o lomených výrazech jsme se prokousali. Aby váš start na středních školách byl co nehladší, tak bych Vás ráda krátce seznámila s učivem GONIOMETRICKÉ FUNKCE. Podrobně je budete probírat až na středních školách. My, jen tak nahlédneme ☺

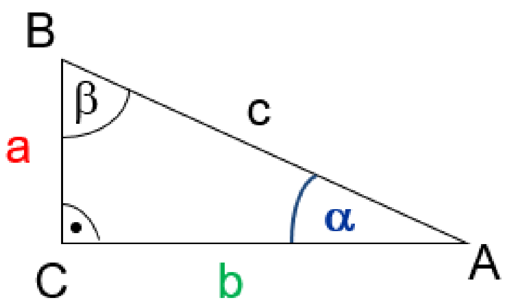
Držím palce ve vašem studiu na středních školách. Budu na Vás myslet.

ZÁPIS SI VYTISKNĚTE A NALEPTE DO SEŠITU. <u>SEŠITY NEVYHAZUJTE</u>.

GONIOMETRICKÉ FUNKCE

Goniometrické funkce ostrého úhlu

Pravoúhlý trojúhelník



úhel α:

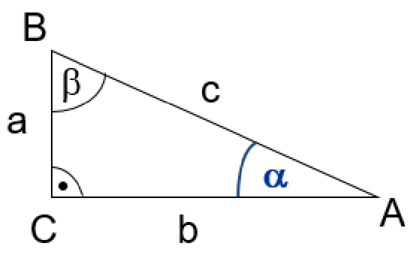
c – přepona

a – protilehlá odvěsna

b – přilehlá odvěsna

SINUS

Sinus (sin) vnitřního ostrého úhlu libovolného pravoúhlého trojúhelníku je poměr délky protilehlé odvěsny tohoto úhlu k délce přepony.



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\sin \beta = \frac{b}{c}$$

Určení hodnoty sinu úhlu

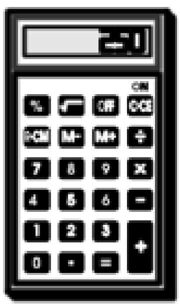
Tabulky

°	0′	10′	20′	30′	40′	50′
30	0,500 0	502 5	505 0	507 5	510 0	512 5
31	515 0	517 5	520 0	522 5	525 0	527 5
32	529 9	532 4	534 8	537 3	539 8	542 2
33	544 6	547 1	549 5	551 9	554 4	556 8
34	559 2	561 6	564 0	566 4	568 8	571 2

sin 31°= 0,515 0

sin 31°20´= 0, 520 0

Kalkulačka



sin 31° =

1) do kalkulačky vložíme číslo 31
   stiskneme tlačítko sin
   kalkulačka ukáže hodnotu 0,515038

2) nejdřív stiskneme tlačítko sin
   potom vložíme číslo 31

sin 31° 20´=

3) minuty převedeme na stupně - na desetinné číslo
   20´= 20 : 60 = 0,3333
   pak stupně sečteme 31° + 0,3333° = 31,3333°
   postup opakujeme jako v 1) nebo 2)

Určení velikosti úhlu pomocí sinu

Tabulky

°	0′	10′	20′	30′	40′	50′
30	0,500 0	502 5	505 0	507 5	510 0	512 5
31	515 0	517 5	520 0	522 5	525 0	527 5
32	529 9	532 4	534 8	537 3	539 8	542 2
33	544 6	547 1	549 5	551 9	554 4	556 8
34	559 2	561 6	564 0	566 4	568 8	571 2

Najdi v tabulkách hodnotu velikost úhlu, když znáš hodnotu sinu:

sin α = 0, 529 9 → α = 32°

sin α = 0, 507 5 → α = 30°30´

Kalkulačka

sin α = 0,529 9

1) do kalkulačky vložíme číslo 0,529 9
stiskneme tlačítko $\sin^{-1}$
kalkulačka ukáže hodnotu 32°

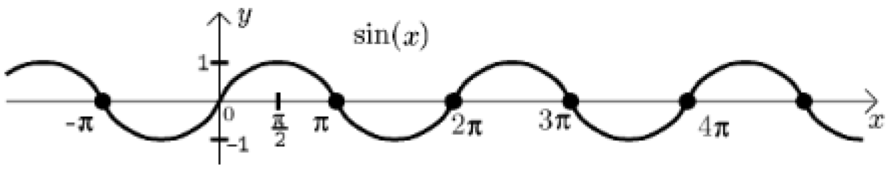
sin α = 0,551 9

2) do kalkulačky vložíme číslo 0,551 9
stiskneme tlačítko $\sin^{-1}$
kalkulačka ukáže hodnotu 33,497459
desetinné číslo převedeme na minuty
0,497459 . 60 = 29,8′ = 30′

Tabulka důležitých hodnot funkce sinus

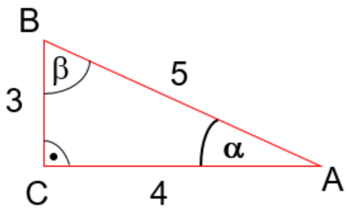
α	0°	30°	45°	60°	90°
sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

Grafem funkce sinus je **sinusoida.**



PŘÍKLADY:

1) Vypočítejte velikosti úhlů v pravoúhlém Δ, jehož strany mají délky 3, 4 a 5 cm.



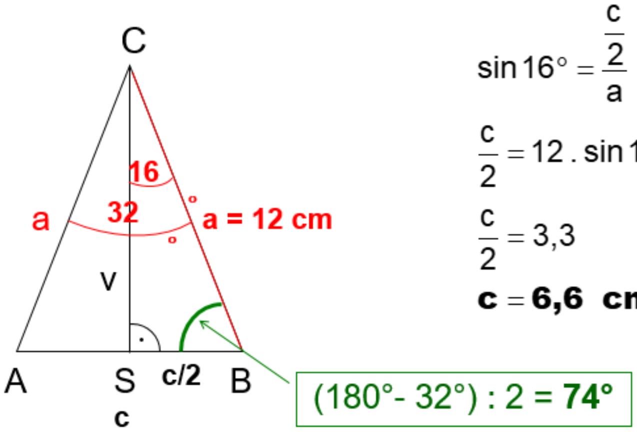
$$\sin\alpha = \frac{a}{c} \qquad \sin\beta = \frac{b}{c}$$

$$\sin\alpha = \frac{3}{5} \qquad \sin\beta = \frac{4}{5}$$

$$\sin\alpha = 0{,}6 \qquad \sin\beta = 0{,}8$$

$$\boldsymbol{\alpha = 36^\circ 52'} \qquad \boldsymbol{\beta = 53^\circ 8'}$$

2) Vypočítejte velikosti vnitřních úhlů a délky stran rovnoramenného Δ ABC, jestliže známe: délku ramene 12 cm a velikost vrcholového úhlu 32°.



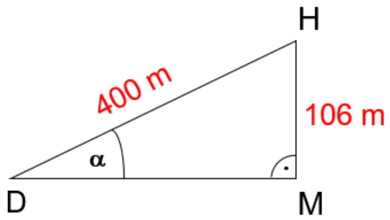
$$\sin 16^\circ = \frac{\frac{c}{2}}{a}$$

$$\frac{c}{2} = 12 \,.\, \sin 16^\circ$$

$$\frac{c}{2} = 3{,}3$$

$$\mathbf{c = 6{,}6\ \ cm}$$

3) Lanová dráha na Petřín v Praze má délku 400 m. Hořejší stanice leží o 106 metrů výše než dolejší. Určete úhel stoupání.



$$\sin\alpha = \frac{106}{400}$$

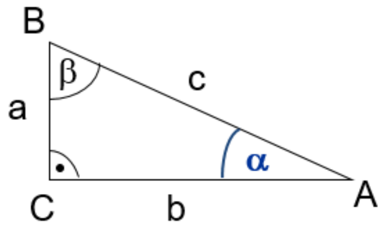
$$\sin\alpha = 0{,}265$$

$$\boldsymbol{\alpha = 15^\circ 22'}$$

Úhel stoupání lanové dráhy je asi
$15^\circ\ 22'$.

KOSINUS

Kosinus (cos) vnitřního ostrého úhlu libovolného pravoúhlého trojúhelníku je poměr délky **přilehlé odvěsny tohoto úhlu k délce přepony.**



$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\cos \beta = \frac{a}{c}$$

S tabulkami a kalkulačkou pracujeme podobně jako u fce sinus, jen samozřejmě pracujeme s fcí cos.

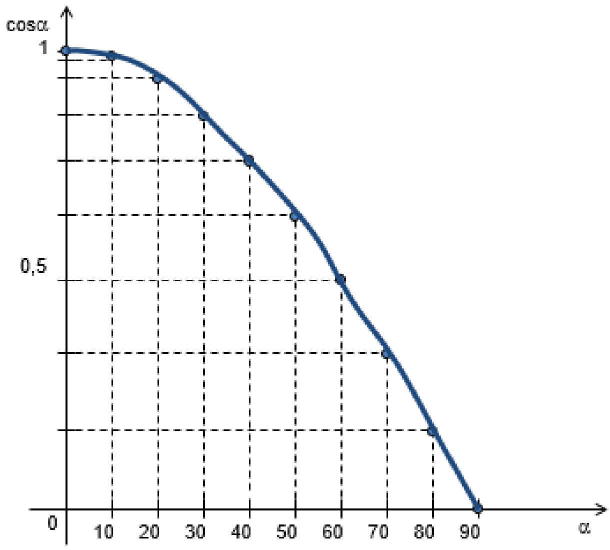
Tabulka důležitých hodnot funkce kosinus

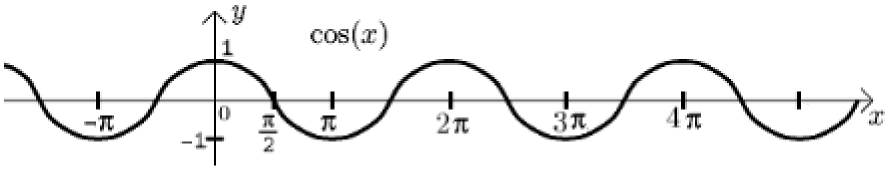
α	0°	30°	45°	60°	90°
$\cos \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	1

Pro přesnější představu podrobněji:

α	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
$\cos\alpha$	1	0,98	0,94	0,87	0,77	0,64	0,5	0,34	0,17	0

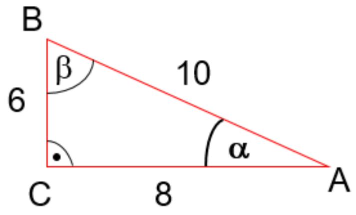
Grafem funkce kosinus je **kosinusoida**.





PŘÍKLADY:

1) Vypočítejte velikosti úhlů v pravoúhlém Δ, jehož strany mají délky 8, 6 a 10 cm.



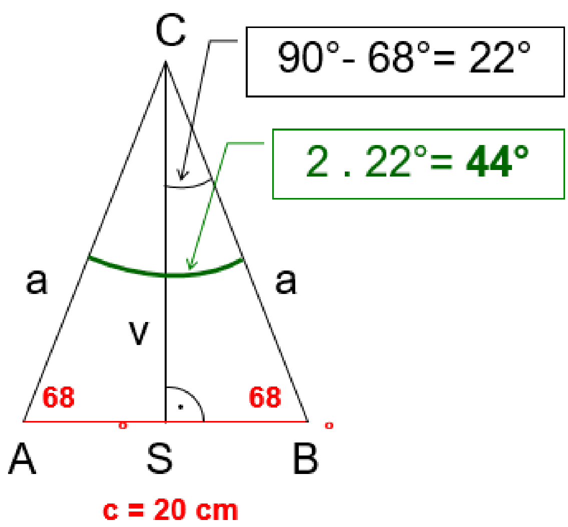
$\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\quad$ $\cos\beta = \frac{a}{c}$

$\cos\alpha = \frac{8}{10}$ $\quad$ $\cos\beta = \frac{6}{10}$

$\cos\alpha = 0{,}8$ $\quad$ $\cos\beta = 0{,}6$

$\boldsymbol{\alpha = 36°52´}$ $\quad$ $\boldsymbol{\beta = 53°8´}$

2) Vypočítejte velikosti vnitřních úhlů a délky stran rovnoramenného Δ ABC, jestliže známe: délku základny 20 cm a velikost úhlu při základně 68°.



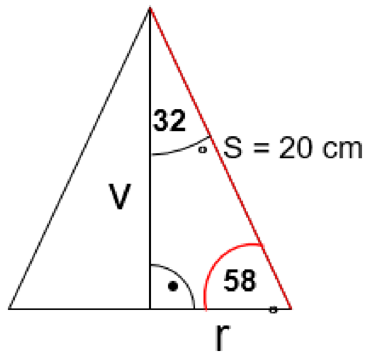
$$\cos 68° = \frac{\frac{c}{2}}{a}$$

$$\cos 68° = \frac{10}{a}$$

$$a = \frac{10}{\cos 68°}$$

$$\mathbf{a = 26{,}7\ cm}$$

3) Vypočítejte objem rotačního jehlanu, jehož délka strany je 20 cm a úhel, který tato strana svírá s podstavou, je 58°. Výsledek vyjádři v litrech.



$$\cos 58^\circ = \frac{r}{20}$$
$$r = 20 \,.\, \cos 58^\circ$$
$$r = 20 \,.\, 0{,}53$$
$$r = 10{,}6\ \text{cm}$$

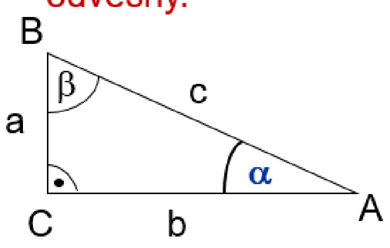
$$\cos 32^\circ = \frac{v}{20}$$
$$v = 20 \,.\, \cos 32^\circ$$
$$v = 20 \,.\, 0{,}85$$
$$v = 17\ \text{cm}$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 v$$
$$V = \frac{1}{3} \,.\, 3{,}14 \,.\, 10{,}6^2 \,.\, 17$$
$$V = 1995{,}07\ \text{cm}^3$$
$$\mathbf{V = 2\ dm^3\ (l)}$$

Objem jehlanu je asi 2 litry.

TANGENS

Tangens vnitřního ostrého úhlu libovolného pravoúhlého trojúhelníku je poměr délky protilehlé odvěsny tohoto úhlu k délce přilehlé odvěsny.



$$\boxed{\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}}$$

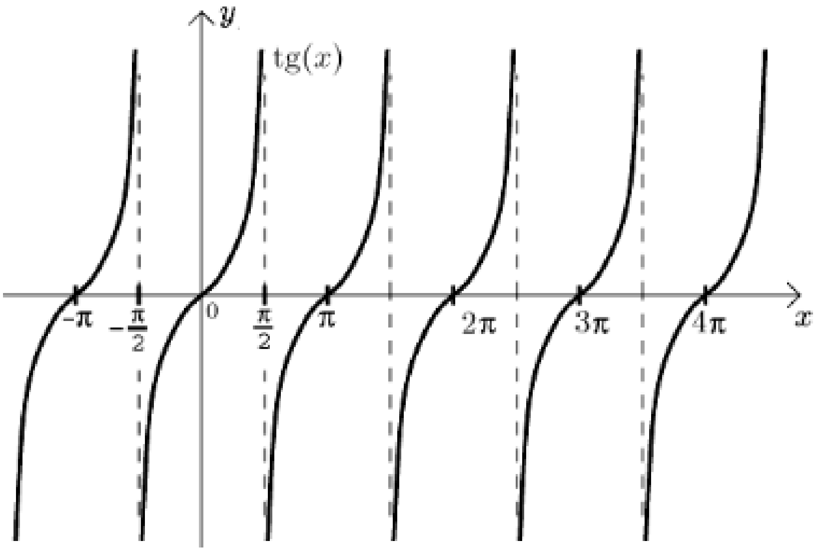
$$\boxed{\operatorname{tg} \beta = \frac{b}{a}}$$

S tabulkami a kalkulačkou pracujeme podobně jako u fce sinus a kosinus.

Tabulka důležitých hodnot funkce tangens

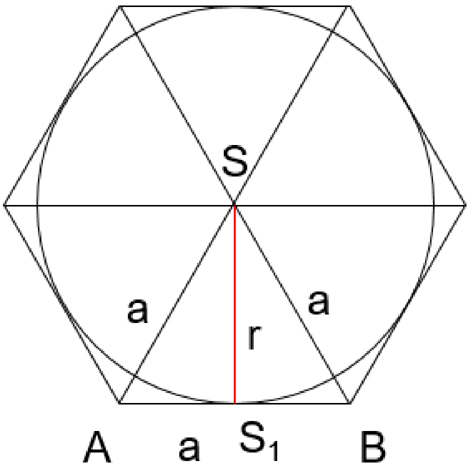
α	0°	30°	45°	60°	90°
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nedefinován

Grafem funkce tangens je **tangentoida**.



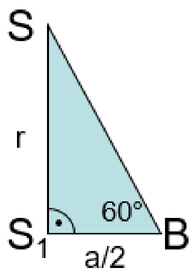
PŘÍKLADY:

1) Vypočítejte obvod pravidelného šestiúhelníku opsaného kružnici s poloměrem r = 4 cm.



ΔABS – rovnostranný

ΔBSS_1 – pravoúhlý



$$\mathrm{tg}\ 60° = \frac{r}{\frac{a}{2}}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{r}{\mathrm{tg}\ 60°}$$

$$a = 2\frac{4}{\mathrm{tg}\ 60°}$$

$$a = \frac{8}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

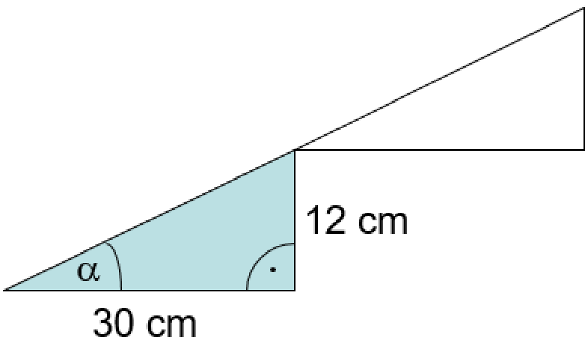
$$\mathbf{a = 4{,}62\ cm}$$

o = 6a

o = 6 . 4,62

o = 27,7 cm

2) Pod jakým úhlem stoupá schodiště, jestliže každý schod je 30 cm široký a 12 cm vysoký?



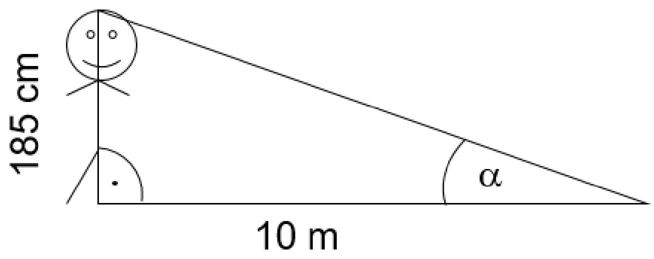
$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{12}{30}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = 0{,}4$$

$$\boldsymbol{\alpha = 21°48'}$$

Schodiště stoupá pod úhlem 21°48´.

3) Pod jakým úhlem dopadají sluneční paprsky na povrch země, jestliže člověk (vysoký 185 cm), který stojí vzpřímeně, má stín dlouhý 10 m?



$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{1{,}85}{10}$$

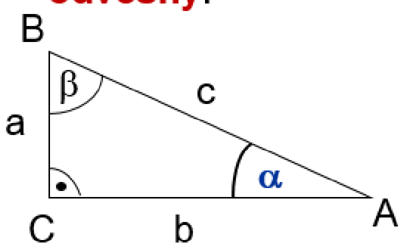
$$\mathrm{tg}\,\alpha = 0{,}185$$

$$\alpha = \mathbf{10°29'}$$

Sluneční paprsky dopadají na zem pod úhlem 10°29´.

COTANGENS

Kotangens vnitřního ostrého úhlu libovolného pravoúhlého trojúhelníku je poměr **délky přilehlé odvěsny tohoto úhlu k délce protilehlé odvěsny**.

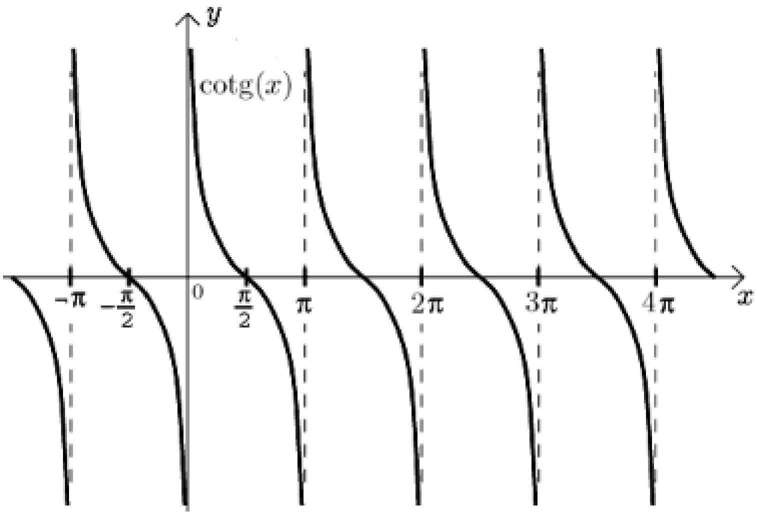


$$\boxed{\mathrm{cotg}\,\alpha = \frac{b}{a}}$$

$$\boxed{\mathrm{cotg}\,\beta = \frac{a}{b}}$$

S tabulkami a kalkulačkou pracujeme podobně jako u předchozích funkcí.

Grafem je **kotangentoida**



Tabulka důležitých hodnot goniometrických funkcí

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\mathrm{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nedefinován
$\mathrm{cotg}\,\alpha$	nedefinován	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0